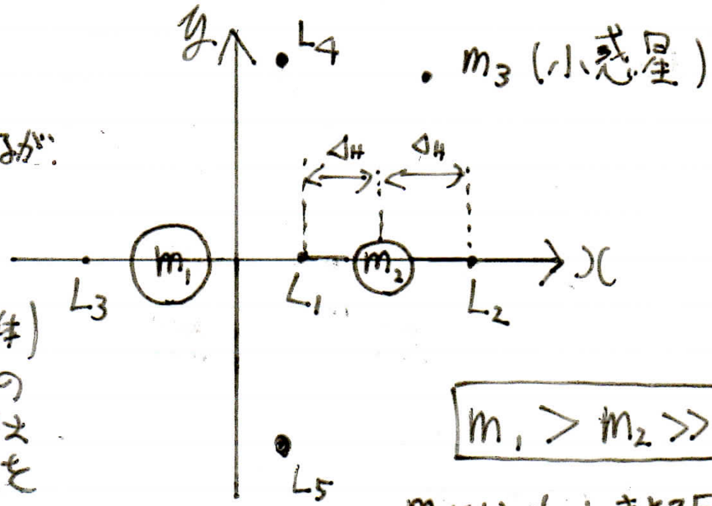
○制限三体問題



$\boxed{m_1 > m_2 \gg m_2}$

m_2といっしょにまわる回転系

二体問題は解析的に解けるが、
三体問題はムリ。

⇓

簡単化する(二体問題＋小天体)
大きい二天体は、小天体の影響を受けない。小天体は二天体のつくる重力場の中を運動する。

上のような場合、方程式は以下のように簡単化される。

○運動方程式(小天体の運動)　(導出はA1〜A3)

$$
\begin{cases}
\ddot{x} - 2n\dot{y} = -\dfrac{\partial U}{\partial x} \\
\ddot{y} + 2n\dot{x} = -\dfrac{\partial U}{\partial y} \\
\ddot{z} = -\dfrac{\partial U}{\partial z} \quad ：軌道面外の運動
\end{cases}
$$

$$
\left(
\begin{array}{l}
U \equiv -\dfrac{n^2}{2}(x^2+y^2) - \left(\dfrac{\mu_1}{r_1} + \dfrac{\mu_2}{r_2}\right) \\
\because\ n \equiv \dfrac{1}{T} \quad ：平均運動(公転周期Tの逆数) \\
\bar{\mu} \equiv \dfrac{m_2}{m_1+m_2}, \quad \mu_1 \equiv 1-\bar{\mu}, \quad \mu_2 \equiv \bar{\mu}
\end{array}
\right)
$$

○ヒル方程式($\mu_2 \ll 1$, $\mu_1 \simeq 1$として簡単化)

$$
\begin{cases}
\ddot{x} - 2\dot{y} = \left(3 - \dfrac{\mu_2}{\Delta^3}\right)x \\
\ddot{y} + 2\dot{x} = -\dfrac{\mu_2}{\Delta^3}y
\end{cases}
\qquad
\left(
\begin{array}{l}
\because\ \Delta \equiv r_2^2 = x^2+y^2 \\
1+x \to x に変換(m_2を中心とする)
\end{array}
\right)
$$

$\Delta = \Delta_H \equiv \left(\dfrac{\mu_2}{3}\right)^{1/3}$ のとき、x(動径)方向の力が消える。

○5つの平衡点(L_1, L_2, L_3：不安定，L_4, L_5：安定)